

# 1 Dynamika hmotného bodu

- **dynamika** sa zaoberá príčinami pohybu, využíva princíp príčinnosti (kauzality)
- telesa na seba navzájom pôsobia – **interakcia**; veľkosť vzájomného silového pôsobenia telies a polí sa opisuje pomocou veličiny **sila**
- výsledkom vzájomného silového pôsobenia telies môže byť **deformácia** týchto telies alebo **zmena** ich **pohybového stavu**
- teleso, ktoré je od všetkých ostatných telies v dostatočnej vzdialenosti a nepôsobí na žiadne pole, nazýva sa **izolované teleso** (ak neprihliadame na rozmery telesa, hovoríme a **izolovanom hmotnom bode**)

## 1.1 **vzťažné sústavy**

### 1.1.1 **inerciálne vzťažné sústavy**

- vzťažné sústavy, v ktorých izolované hmotné body zostávajú v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe (izolované hmotné body majú vlastnosť zotrvať v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe)
- zmenu pohybového stavu hmotných bodov môže v nich spôsobiť len ich vzájomné pôsobenie s inými objektmi

### 1.1.2 **neinerciálne vzťažné sústavy**

- vzťažné sústavy, v ktorých zmena pohybového stavu hmotného bodu môže nastať bez vzájomného pôsobenia s inými objektmi (vzťažné sústavy, ktoré sa vzhľadom na niektorú inerciálnu vzťažnú sústavu pohybujú so zrýchlením)
- izolované hmotné body v nich nezostávajú v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe
- v neinerciálnej vzťažnej sústave neplatia Newtonove zákony

## 1.2 **Newtonove pohybové zákony**

### 1.2.1 **zákon zotrvačnosti**

- teleso, ktoré je v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe zotráva vo svojom pohybovom stave, kým nie je prinútené vplyvom nejakých interakcií (síl) svoj pohybový stav zmeniť
- zo zákona zotrvačnosti vyplýva:
  - existujú inerciálne vzťažné sústavy
  - zotrvačnosť je základnou vlastnosťou každého izolovaného hmotného bodu
  - na zmenu pohybového stavu sú potrebné vonkajšie sily

### 1.2.2 **zákon sily**

- sila pôsobiaca na hmotný bod sa rovná časovej zmene hybnosti hmotného bodu, ktorú vyvolala
  - $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$
- ak hmotnosť telesa je konštantná (v klasickej fyzike) platí:
  - $\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$ ,  $[F] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = \text{N}$
  - aby mal hmotný bod s hmotnosťou  $m$  zrýchlenie  $a$ , musia naň okolité objekty pôsobiť výslednou silou  $\vec{F} = m\vec{a}$
  - jednotkou sily je **Newton** (Newton je sila, ktorá telesu s hmotnosťou  $1 \text{ kg}$  udeľuje zrýchlenie  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ )

- ak na hmotný bod pôsobí viac síl  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ , ich účinok na hmotný bod je taký istý, akoby na hmotný bod pôsobila jediná sila (výslednica)  $\vec{F}$  daná súčtom pôsobiacich síl ako vektorov
  - o  $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$
  - o ak  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ , hmotný bod je v rovnováhe

### 1.2.3 zákon akcie a reakcie

- dva hmotné body na seba navzájom pôsobia rovnako veľkými silami opačného smeru
  - o pôsobia na rôzne telesá, teda sa navzájom nerušia
  - o sú rovnako veľké, ale opačného smeru
  - o súčasne vznikajú a súčasne zanikajú

### 1.3 hybnosť hmotného bodu

- pohybový stav hmotného bodu, konajúceho mechanický pohyb, sa hodnotí hybnosťou, ktorá je definovaná:
  - o  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ ,  $[p] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- hybnosť sústavy hmotných bodov sa definuje ako vektorový súčet hybnosti jednotlivých bodov
  - o  $\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$
- smer hybnosti je určený smerom okamžitej rýchlosti
- **zákon zachovania hybnosti:**
  - o súčet hybností všetkých telies izolovanej sústavy je stály
    - $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{konšt.}$

### 1.4 pohybové rovnice

- platí:
  - o  $\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$
  - o  $F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = m \frac{d^2 x}{dt^2} \vec{i} + m \frac{d^2 y}{dt^2} \vec{j} + m \frac{d^2 z}{dt^2} \vec{k}$
  - o  $F_x = m \frac{d^2 x}{dt^2}$ ,  $F_y = m \frac{d^2 y}{dt^2}$ ,  $F_z = m \frac{d^2 z}{dt^2}$

#### 1.4.1 súčet všetkých síl sa rovná 0

- pri riešení zavádzame substitúciu:  $\frac{dx}{dt} = \dot{x} = v_x$
- **I. integrál (rýchlosť):**
  - o  $m \frac{d^2 x}{dt^2} = m \frac{d \dot{x}}{dt} = m \frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v = v_x = v_{x0} = \text{konšt.}$
- **II. integrál (dráha):**
  - o  $\frac{dx}{dt} = v_{x0} \Rightarrow dx = v_{x0} \cdot dt \Rightarrow \int dx = \int v_{x0} \cdot dt \Rightarrow x = v_{x0} \cdot t + \text{konšt.}$
  - o integračnú konštantu určíme zo začiatočných podmienok ( $t=0$ ,  $x=x_0$ ) 1 konšt. =  $x_0$
  - o pre súradnice hmotného bodu v čase platí:

$$\blacksquare \quad x = v_{x0} \cdot t + x_0, \quad y = v_{y0} \cdot t + y_0, \quad z = v_{z0} \cdot t + z_0$$

- ak na teleso nepôsobia žiadne sily alebo súčet pôsobiacich síl sa rovná nule, teleso sa nachádza v pokoji ( $v_{x0}=v_{y0}=v_{z0}=0$ ) alebo sa pohybuje rovnomerne priamočiario vplyvom zotrvačnosti ( $\vec{v} \neq 0$ )

### 1.4.2 na teleso pôsobí konštantná sila

- súradnicovú sústavu volíme tak, aby pôsobiaca sila bola rovnobežná s osou  $x$ , potom platí:

$$\circ \quad m \frac{d^2 x}{dt^2} = F \wedge m \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \wedge m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0$$

- **I. integrál (rýchlosť):**

$$\circ \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{F}{m} \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = \frac{F}{m} \Rightarrow dv_x = \frac{F}{m} dt \Rightarrow v_x = \frac{F}{m} \int dt = \frac{F}{m} t + \text{konšt.}$$

- začiatkové podmienky ( $t=0, v_x=v_{x0}$ ) 1 konšt. =  $v_{x0}$
- pre rýchlosť platí:

$$\blacksquare \quad v_x = \frac{F}{m} t + v_{x0} = at + v_{x0}$$

- **II. integrál (dráha):**

$$\circ \quad \frac{dx}{dt} = \frac{F}{m} t + v_{x0} \Rightarrow dx = \left( \frac{F}{m} t + v_{x0} \right) dt \Rightarrow x = \frac{F}{m} \frac{t^2}{2} + v_{x0} t + \text{konšt.}$$

- začiatkové podmienky ( $t=0, x=x_0$ ) 1 konšt. =  $v_{x0}$
- pre súradnice hmotného bodu v čase platí:

$$\blacksquare \quad x = \frac{F}{2m} t^2 + v_{x0} t + x_0, \quad y = v_{y0} \cdot t + y_0, \quad z = v_{z0} \cdot t + z_0$$

- ak na teleso pôsobí konštantná sila, teleso sa pohybuje rovnomerne zrýchlene

## 1.5 pohyb telesa v odporujúcom prostredí

### 1.5.1 Newtonova odporová sila

- ak sa teleso pohybuje vo vzduchu, proti pohybu pôsobí odporová sila:

$$\circ \quad F = \frac{1}{2} C S \rho v^2$$

### 1.5.2 Stokesov vzťah pre pohyb guľôčky v kvapaline

- proti pohybu pôsobí odporová sila:

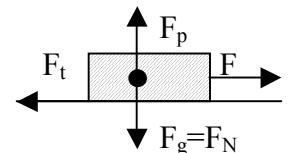
$$\circ \quad F = 6\pi\eta r v, \quad \text{kde } \eta \text{ je viskozita kvapaliny}$$

## 1.6 trenie

### 1.6.1 šmykové trenie

- pre treciu silu platí:

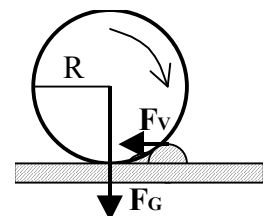
$$\circ \quad F_t = f \cdot F_N, \quad \text{kde } f \text{ je súčiniteľ šmykového trenia a } F_N \text{ je kolmá tlaková sila}$$



### 1.6.2 valivý odpor

- platí:

$$\circ \quad F_V = \xi \frac{F_N}{R}, \quad \text{kde } \xi \text{ je rameno valivého odporu (jeho veľkosť je daná kvalitou materiálu)}$$



## 1.7 niektoré druhy síl

### 1.7.1 dostredivá sila

- smeruje do stredu kružnicovej trajektórie (je kolmá na vektor okamžitej rýchlosti)
- platí:
  - $\vec{F}_d = m\vec{a}_d$
  - $F_d = m \cdot a_d = \frac{mv^2}{r} = mv\omega = m\omega^2 r = m4\pi^2 f^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$

### 1.7.2 odstredivá sila

- smeruje von zo stredu kružnicovej trajektórie
- patrí medzi zotrvačné sily (pôsobí iba vtedy, keď sa hmotný bod pohybuje po kružnicovej trajektórii)
- platí:
  - $\vec{F}_o = -\vec{F}_d \Rightarrow \vec{F}_o = -m\vec{a}_d$
  - $F_o = m \cdot a_d = \frac{mv^2}{r} = mv\omega = m\omega^2 r = m4\pi^2 f^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$