

5 Pohyby telies v gravitačnom a elektrickom poli

5.1 gravitačné pole

- je v okolí každého telesa, jeho zdrojom sú hmotné telesa, prejavuje sa silovým pôsobením na iné hmotné telesá
- má hmotnú povahu

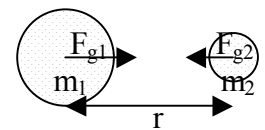
5.1.1 Newtonov gravitačný zákon

- *Newtonov gravitačný zákon*: Dva hmotné body sa navzájom priťahujú rovnako veľkými silami, ale opačného smeru.

$$\vec{F}_{g1} = -\vec{F}_{g2} \Rightarrow F_g = |\vec{F}_{g1}| = |\vec{F}_{g2}|$$

- veľkosť gravitačnej sily je priamo úmerná hmotnosti m_1 , m_2 hmotných bodov a nepriamo úmerná druhej mocnine ich vzdialeností r

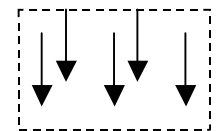
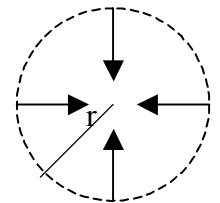
$$F_g = |\vec{F}_g| = \chi \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \text{ kde } \chi \text{ je gravitačná konštanta } (\chi = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2})$$



- keďže hodnota gravitačnej konštanty je veľmi malá, vzájomné gravitačné sily medzi telesami bežných hmotnosti sú veľmi malé, gravitačné sily sa prejavujú iba vtedy, keď hmotnosť aspoň jedného telesa je veľmi veľká

5.1.2 druhy gravitačného poľa

- radiálne (centrálne) gravitačné pole
 - o v okolí hmotného bodu alebo v okolí rovnorodnej gule
 - o hmotný bod alebo stred gule predstavuje gravitačný stred poľa
 - o intenzita vo všetkých miestach poľa smeruje do gravitačného stredu
- homogénne gravitačné pole
 - o vo všetkých miestach má konštantný vektor intenzity



5.1.3 gravitačné a tiažové zrýchlenie na povrchu Zeme

- na teleso s hmotnosťou m , ktoré je na povrchu Zeme, pôsobia dve sily:
 - o gravitačná sila F_g , ktorá smeruje do stredu Zeme
 - o zotrvačná odstredivá sila F_o , ktorá je kolmá na rotačnú os, platí:
 - $F_o = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \omega^2 \cdot R_Z \cdot \cos \varphi$, kde r je vzdialenosť telesa od osi rotácie, ω uhlová

rýchlosť otáčania Zeme a φ zemepisná šírka

- na teleso pôsobí výslednica gravitačnej sily a zotrvačnej odstredivej sily, táto výsledná sila sa nazýva **tiažová sila**

$$\vec{F}_G = \vec{F}_g + \vec{F}_o$$

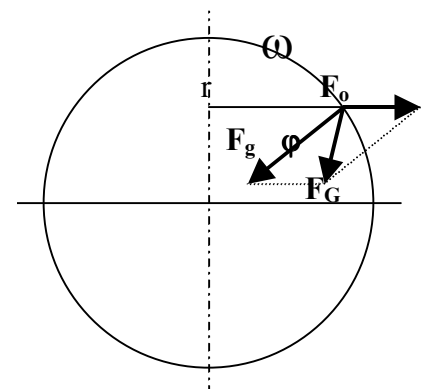
- pôsobením tiažovej sily koná voľne spustené teleso vo vákuu voľný pád so zrýchlením g , ktoré sa nazýva **tiažové zrýchlenie**

$$\vec{F}_G = m \vec{g}$$

- smer tiažovej sily \vec{F}_G a smer tiažového zrýchlenia \vec{g} sa volá **zvislý smer** a určuje sa podľa smeru napnutej nite voľne zavesenej olovnice

- priestor okolo Zeme, v ktorom sa prejavujú účinky tiažovej sily, sa volá aj **tiažové pole**

- keďže veľkosť odstredivej sily sa mení so zemepisnou šírkou polohy telesa na povrchu Zeme (najväčšia je na rovníku, nulová na pólach), mení sa so zemepisnou šírkou i veľkosť tiažovej sily a tiažového zrýchlenia. Na rovníku má tiažové zrýchlenie veľkosť $9,780 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, na pólach



$9,833 \text{ m.s}^{-2}$ (u nás $9,81 \text{ m.s}^{-2}$). Na metrologické účely sa zavádza **normálne tiažové zrýchlenie** s veľkosťou $g_n=9,80665 \text{ m.s}^{-2}$

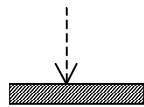
- okrem pojmu tiažová sila sa používa aj pojem **tiaž telesa** (tiažová sila má pôsobisko v ťažisku, tiaž telesa má pôsobisko v dotykovej ploche telesa s podložkou alebo v pevnom bode závesu), platí:
 - o $F_G = G \wedge F_G // G$

5.2 pohyby telies v homogénnom gravitačnom poli Zeme

5.2.1 voľný pád

- voľným pádom sa pohybuje každé voľné teleso s nulovou začiatočnou rýchlosťou vo vákuu, ak naň pôsobí len tiažová sila
- voľný pád je rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb s konštantným zrýchlením g
- **dráha:**

- o $s = \frac{1}{2}gt^2$



- **rýchlosť:**

- o $v = gt$

- keď telesu udelíme začiatočnú rýchlosť \vec{v}_0 , môžeme si jeho pohyb predstaviť ako pohyb zložený z rovnomerného priamočiareho pohybu v smere začiatočnej rýchlosti a z voľného pádu s smere tiažového zrýchlenia. Tieto zložené pohyby sa volajú **vrhy**

5.2.2 šikmý vrh

- **súradnice:**

- o $x = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha$, $y = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2$

- **rýchlosť:**

- o $v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha$, $v_y = \frac{dy}{dt} = v_0 \cdot \sin \alpha - gt$, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

- **zrýchlenie:**

- o $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$, $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g$

- **čas vrhu:**

- o $y = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$

- **dĺžka vrhu:**

- o $d = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$

- **čas, za ktorý dosiahne maximálnu výšku:**

- o $\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow t_v = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$

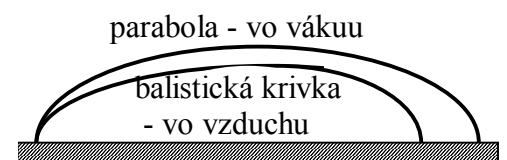
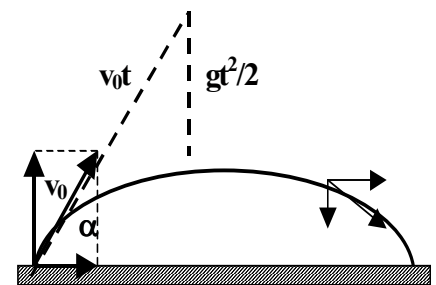
- **výška výstupu:**

- o $H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$

- **rýchlosť dopadu:**

- o $|v| = v_0$

- výsledná trajektória šikmého vrhu je parabola; parabolickú trajektóriu opisuje šikmo vrhnuté teleso v homogénnom gravitačnom poli len vo vákuu,



V blízkosti povrchu Zeme odpor vzduchu spôsobuje, že dráha striel nie je parabola, ale nesúmerná balistická krivka

5.2.3 vodorovný vrh

- **súradnice:**

$$\circ x = v_0 \cdot t, \quad y = h - \frac{1}{2}gt^2$$

- **rýchlosť:**

$$\circ v_x = \frac{dx}{dt} = v_0, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = -gt, \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

- **zrýchlenie:**

$$\circ a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g$$

- **čas vrhu:**

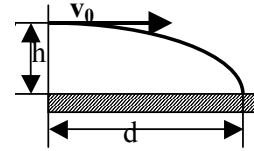
$$\circ y = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

- **dĺžka vrhu:**

$$\circ d = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

- **rýchlosť dopadu:**

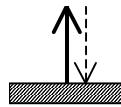
$$\circ v = \sqrt{v_0^2 + 2hg}$$



5.2.4 zvislý vrh

- **súradnice:**

$$\circ x = 0, \quad y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$



- **rýchlosť:**

$$\circ v_x = \frac{dx}{dt} = 0, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = v_0 - gt$$

- **zrýchlenie:**

$$\circ a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g$$

- **čas vrhu:**

$$\circ y = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0}{g}$$

- **čas výstupu:**

$$\circ \frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow t_v = \frac{v_0}{g}$$

- **rýchlosť dopadu:**

$$\circ v = -v_0$$

5.3 pohyby telies v radiálnom gravitačnom poli Zeme

- pri pohybe telies vo väčších vzdialenostiach od povrchu Zeme nemôžeme považovať gravitačné pole za homogénne, pretože hodnota gravitačného zrýchlenia nie je konštantná

$$\circ \vec{K} = \vec{g} \Rightarrow g = \chi \frac{M}{r^2}$$

5.3.1 kruhová rýchlosť

- v radiálnom gravitačnom poli Zeme existuje pre danú vzdialenosť h od povrchu Zeme taká začiatočná rýchlosť \vec{v}_0 , pri ktorej sa teleso pohybuje po kružnici so stredom v gravitačnom strede Zeme
- pri pohybe telesa po kruhovej trajektórii je veľkosť tiažovej a odstredivej sily rovnaká

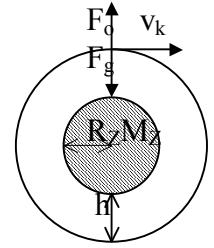
$$\circ F_o = F_g \Rightarrow v_k = \sqrt{\chi \frac{M_Z}{R_Z + h}}$$

- **prvá kozmická rýchlosť:**

- o rýchlosť, ktorú musíme udeliť telesu, aby obiehalo v tesnej blízkosti povrchu Zeme ($h=0$)

$$\square v_1 = \sqrt{\chi \frac{M_Z}{R_Z}} = 7,9 \text{ km.s}^{-1}$$

- keď telesu udelíme rýchlosť menšiu ako je kruhová rýchlosť, obieha po vnútornej eliptickej dráhe; keď telesu udelíme rýchlosť väčšiu ako je kruhová rýchlosť (ale menšiu ako je parabolická rýchlosť), obieha po vonkajšej eliptickej dráhe



5.3.2 parabolická rýchlosť

- rýchlosť, ktorú musíme udeliť telesu, aby sa vzdialilo z gravitačného poľa Zeme (po parabolickej trajektórii)

$$\circ v_p = v_k \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2\chi \frac{M_Z}{R_Z + h}}$$

- **druhá kozmická rýchlosť:**

- o rýchlosť, ktorú musíme udeliť telesu pri povrchu Zeme, aby odišlo z gravitačného poľa Zeme

$$\square v_2 = \sqrt{2\chi \frac{M_Z}{R_Z}} = 11,2 \text{ km.s}^{-1}$$

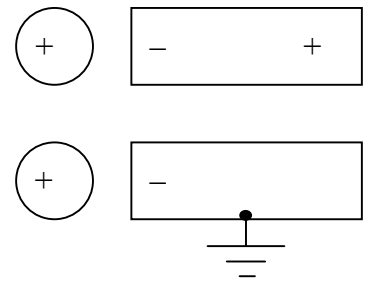
5.4 elektrické pole

- vzájomné silové pôsobenie elektrických nábojov sa uskutočňuje prostredníctvom elektrického poľa. Elektrické pole je v okolí každého elektricky nabitého telesa a každej elektricky nabitých častice. Elektrické pole majú aj protón a elektrón. Elektrické pole, rovnako ako gravitačné pole, je jednou zo základných foriem hmoty.

5.4.1 elektrický náboj a jeho vlastnosti

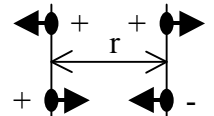
- veľkosť **elektrického náboja** Q sa meria v jednotkách **coulomb** C
- **základné vlastnosti elektrického náboja:**
 - o elektricky nabité teleso pôsobí silou na iné telesá
 - o elektrický náboj môžeme dotykom preniesť z povrchu jedného telesa na povrch iného telesa
 - o elektrický náboj sa môže premiestňovať aj v telese. Látky, v ktorých sa elektrický náboj premiestňuje, volajú sa **vodiče**. Látky, v ktorých sa náboje nepremiestňujú, sú **izolanty** alebo **dielektriká**
 - o existujú dva druhy elektrického náboja. Jeden označujeme ako kladný, druhý ako záporný.
 - o dve telesá so súhlasnými elektrickými nábojmi sa navzájom odpudzujú, dve telesá s nesúhlasnými elektrickými nábojmi sa navzájom priťahujú
 - o elektrický náboj je deliteľný: Nemôžeme ho deliť neobmedzene, ale iba po elementárny náboj.

- o nosiče nábojov v atóme sú protóny a elektróny. Elektrický náboj protónu je kladný, elektrónu záporný, pričom náboje všetkých protónov a elektrónov sú rovnako veľké. **Veľkosť elementárneho náboja** je $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- o atóm je navonok elektricky neutrálny
- o elektróny v elektrónovom obale atómu sú viazané elektrickými silami k jeho jadrú. Keď sa z obalu odpúta jeden alebo viac elektrónov, vzniká z pôvodne neutrálneho atómu **kladný ión**, pripojením jedného alebo viacerých elektrónov k obalu vzniká **záporný ión**
- o v atómoch kovov elektróny najviac vzdialené od jadier atómov sa od nich ľahko odpútavajú. vznikajú **voľné elektróny**, ktoré tvoria v štruktúre kovov **elektrónový plyn**, ktorý spôsobuje dobrú elektrickú vodivosť kovov
- o pri trení dvoch telies nastáva premiestňovanie elektrónov z jedného telesa na druhé. Tento jav sa nazýva **elektrizovanie telies**
- o keď priblížime elektricky nabitú teleso k nenabitému izolovanému kovovému vodiču, vo vodiči nastáva pohyb voľných elektrónov. Na bližšej strane k nabitému telesu prevláda na izolovanom vodiči náboj opačného znamienka, na vzdialenejšej strane prevláda náboj rovnakého znamienka, ako má nabitú teleso. Rozloženie elektrických nábojov vo vodiči je také, že vnútri vodiča nie žiadne elektrické pole. Utvorí sa ustálený stav, pri ktorom sa voľné elektróny v telese nepremiestňujú. Tento jav sa nazýva **elektrostatická indukcia**. Ak vodič uzemníme, zostane nabitý indukovaným nábojom opačného znamienka (**viazaný náboj**), súhlasný indukovaný náboj (**voľný náboj**) sa odvedie do Zeme.
- o v elektricky izolovanej sústave telies je celkový náboj stály. Elektrický náboj nemožno utvoriť, ani zničiť.



5.4.2 Coulombov zákon

- dve elektricky nabitú telesá pôsobia na seba vzájomnými príťažlivými alebo odpudivými silami. V dôsledku elektrostatickej indukcie pôsobia na seba príťažlivými silami aj elektricky nabitú a elektricky nenabitú telesá. Keďže príčinou síl je elektrický náboj, nazývajú sa **elektrické sily**.
- v elektrostatike sa zavádza pojem **bodový náboj**, ktorý si predstavujeme ako hmotný bod, ktorého elektrický náboj je rovnako veľký ako náboj na zelektrizovanom telese
- **Coulombov zákon**: Veľkosť F_e elektrickej sily je priamo úmerná súčinu bodových nábojov Q_1, Q_2 a nepriamo úmerná druhej mocnine ich vzdialenosti r .



$$F_e = \left| \vec{F}_e \right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \text{ kde } \epsilon_0 \text{ je } \textit{permitivita vákua} (\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2})$$

- o ak majú náboje rovnaké znamienko, sila \vec{F}_e je silou, ktorou sa náboje odpudzujú. Ak majú opačné znamienko, je sila príťažlivá.

5.4.3 druhy elektrického poľa

- homogénne elektrické pole
 - o intenzita elektrického poľa má vo všetkých miestach rovnaký smer aj veľkosť
 - o napr. medzi dvoma rovnobežnými izolovanými kovovými platňami, z ktorých jedna má kladný, druhá rovnako veľký záporný náboj
- radiálne elektrické pole
 - o v okolí bodového náboja (kladného alebo záporného)
 - o intenzita elektrického poľa má smer polpriamky, ktorá vychádza z náboja alebo do neho vstupuje. Smer intenzity závisí od znamienka náboja.

