

**MO 3: VÝRAZY**

---

**MO 3:  
VÝRAZY****Číselné množiny**

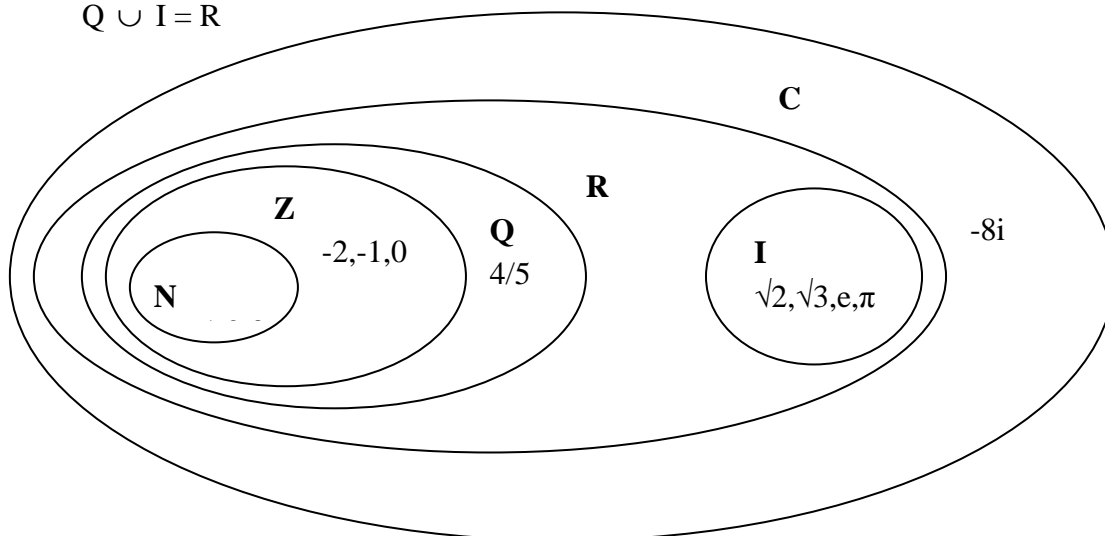
- **Prirodzené čísla**
  - $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$
  - na tejto množine sú definované operácie sčítania a násobenia (umocnenie)
  - obor prirodzených čísel = množina + operácie:  $(N, +, \cdot)$
  - veta o uzavretosti:  
 $(a+b) \in N \wedge (a \cdot b) \in N$
  
- **Celé čísla**
  - $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
  - na tejto množine je definovaná operácia odčítania, sčítania, násobenia
  - obor celých čísel:  $(Z, +, -, \cdot)$
  
- **Racionálne čísla**
  - $Q$
  - množina všetkých čísel, ktoré sa dajú zapísať v tvare zlomku  $\frac{p}{q}$ ;  
 $p \in Z, q \in N$
  - na tejto množine je definovaná operácia delenia, sčítania, násobenia, odčítania
  - zlomky, zmiešané čísla, periodické čísla
  
- **Iracionálne čísla**
  - $I = \{\dots \sin 25^\circ; \log 5,3; \dots; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \dots; e; \pi; \dots\}$
  - všetky čísla, ktoré sa nedajú zapísať do tvaru zlomku
  
- **Reálne čísla**
  - $R$
  - $Q \cup I$
  - obor:  $(R, +, -, \cdot, /, \sqrt{\quad})$
  
- **Komplexné čísla**
  - $C$
  - zápis:  $[a, b]$ ;  $C = R + R$
  - na tejto množine je definovaná operácia odmocnenia
  - množina čísel tvaru:  $a + bi$ ; pričom  $i^2 = -1$ ;  
 $a$  – reálna zložka,  $bi$  – imaginárna zložka

**MO 3: VÝRAZY**

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

$$\mathbb{I} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$$

**Algebraický výraz**

- zápis obsahujúci čísla, premenné, znaky operácií a zátvorky
  1. množinový výraz:  $(A \cap B) \cap C$
  2. číselný výraz:  $\sqrt{3}$
  3. s premennou:  $8x-3$
  4. lomený výraz:  $\frac{5}{x}$
- **Úprava výrazu** – nahradenie výrazu iným výrazom, ktorý sa mu na danej množine rovná a má žiadaný tvar. Môže mať tvar súčiny, neobsahuje odmocninu v menovateli.
- **Zjednodušenie výrazu** – úprava na základný tvar (čo najmenší počet premenných, zátvoriek, a operácií)
- **Definičný obor výrazu** – množina hodnôt premenných, pre ktoré má daný výraz zmysel.
- $V(x,y) = x^2 + y^2 + 2xy$   
→ ak poznáme hodnotu premenných, dosadíme do výrazu → výsledok je nejaké číslo

**Mnohočlen = polynóm n-tého stupňa**

- výraz tvaru:  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$ ; kde  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0 \in \mathbb{R}$ ;  $n \in \mathbb{N}$
- $a_n \neq 0$  → aby to bol výraz n – tého stupňa
- n = stupeň polynómu
- $a_n$  = koeficient

napr.

$$2x^5 - 4x^3 + 1 = 0$$

$$a_5 = 2 \quad a_2 = 0$$

$$a_4 = 0 \quad a_1 = 0$$

$$a_3 = -4 \quad a_0 = 1$$

**MO 3: VÝRAZY**

→ 5. stupňa

napr.

$$3x^2y^6 + 7x^5y^6$$

→ exponenty sčítame:

$$2 + 6 = 8 \quad 5 + 6 = 11$$

$$8 < 11$$

→ 11. stupňa

Pri počítaní s mnohočlenmi využívame tieto vzorce:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$$

Výraz môže obsahovať aj faktoriál, kombinačné číslo, absolútnu hodnotu, mocniny, odmocniny ...

**Faktoriál** čísla  $n$ ,  $n \in \mathbb{N}_0$ 

- $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$
- rekuretný zápis:  $n! = n \cdot (n-1)!$
- $0! = 1$
- je to súčin všetkých prirodzených čísel menších alebo rovných  $n$

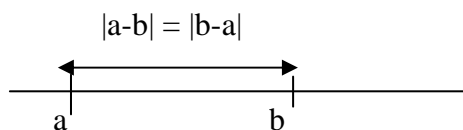
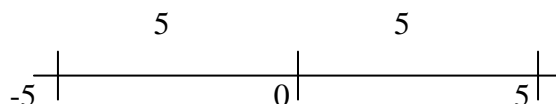
**Kombinačné číslo**

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}; n, k \in \mathbb{N}; n \geq k$$

**Absolútna hodnota** čísla  $x$ 

- geometrická interpretácia – absolútna hodnota čísla  $x$  je vzdialenosť čísla  $x$  na osi od nuly; je to vždy kladné číslo

napr.  $|-5| = 5$



- $x \geq 0 \dots \dots |x| = x$
- $x < 0 \dots \dots |x| = -x$

**MO 3: VÝRAZY****Binomická veta**

Pre každé  $a, b \in \mathbb{R}$  a pre každé  $n \in \mathbb{N}$  platí:

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} a^{n-i} b^i$$

→ obsahuje kombinačné čísla z  $n$ -tého Pascalovho riadka

→ súčet exponentov musí byť vždy  $n$

n=0	1				$\binom{0}{0}$
n=1	1	1			$\binom{1}{0}$ $\binom{1}{1}$
n=2	1	2	1		$\binom{2}{0}$ $\binom{2}{1}$ $\binom{2}{2}$
n=3	1	3	3	1	$\binom{3}{0}$ $\binom{3}{1}$ $\binom{3}{2}$ $\binom{3}{3}$

napr.

$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = (x + 1)(x^2 - 5x + 6) = (x + 1)(x - 3)(x - 2)$$

→ delitele 6:  $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$

$$V(-1) = 0$$

$$(x^3 - 4x^2 + x + 6) : (x + 1) = x^2 - 5x + 6$$

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 \\ \hline - 5x^2 + x + 6 \\ - 5x^2 - 5x \\ \hline 6x + 6 \\ 6x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$