

## **ÉRETTSÉGI VIZSGA 2011**

### **KÖZPONTI (EXTERN) RÉSZ**

## **MATEMATIKA**

**NE NYISSÁK KI, VÁRJANAK AZ UTASÍTÁSRA!  
ELŐSZÖR OLVASSÁK EL A TESZTHEZ TARTOZÓ UTASÍTÁSOKAT.**

- A teszt **30 feladatot** tartalmaz.
- A teszt kitöltéséhez **120 perc** áll a rendelkezésükre.
- A tesztben kétféle feladattípus található:
  - A rövid választ igénylő feladatoknál írják az eredmény egyes számjegyeit a válaszadó lap megfelelő mezőibe! A beírásnál vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomtatott helyét!
  - A feleletválasztó feladatoknál a megadott lehetőségek közül válasszák ki a helyes feleletet! Mindig csak egy válasz a helyes. A helyes feleletet ikszeljék be a válaszadó lap megfelelő mezőjében!
- Az értékelés szempontjából minden feladat egyenértékű.
- Munka közben csak íróeszközöket, számológépet és azt a képlet-áttekintést használhatják, amely a teszt részét képezi. Nem használhatnak füzeteket, tankönyveket és egyéb irodalmat sem.
- A megjegyzéseket külön papírlapra (piszkozatra) írják! A piszkozat tartalmát az értékelésnél nem vesszük figyelembe.
- **A válaszadó lap kitöltésére vonatkozó pontos utasítások a teszt utolsó oldalán találhatóak. Olvassák el figyelmesen!**

Sok sikert kívánunk!

**Akkor kezdjenek dolgozni, amikor utasítást kapnak!**

I. rész

- Oldják meg a **01-től 20-ig** számozott feladatokat, és a válaszadó lapra mindig **csak az eredményt** írják be! Nem kell megindokolni, és nem kell feltüntetni a menetet sem, amellyel az eredményhez eljutottak.
- Az eredményt **tizedes számok segítségével** írják a válaszadó lapra!
- Az írásnál vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomtatott helyét!
- Pontos eredményeket tüntessenek fel, – vagy ha a feladat utasítása úgy szól – kerekítve, az utasítás szerint (általában két tizedes helynyi pontossággal).
- A – (mínusz) előjelet külön mezőbe írják az első számjegy elé!
- A mértékegységek (fokok, méterek, percek, ...) jelét **ne írják** a válaszadó lapra!
- Ha az eredményük egész szám, **ne töltsék ki** a tizedes vessző utáni mezőket!

Például:

a -33,1 eredmény	beírása	<input type="text"/>	<input type="text"/>	-	<input type="text"/>	<input type="text"/>	,	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
az 5 cm eredmény	beírása	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	5	,	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
a 327,19° eredmény	beírása	<input type="text"/>	<input type="text"/>	3	2	7	,	1	9	<input type="text"/>	<input type="text"/>
eredmény 2:5	beírása	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	0	,	4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

**1** Számítsák ki a  $\log(3x + 12) = \log(5x - 18)$  egyenlet gyökét!

**2** Az úszóverseny döntőjébe nyolc úszó jutott be. Határozzák meg, hány különböző elhelyezés lehet a három érmes helyen, ha mindegyik érmet más úszó kapja meg!

**3** Az 1 : 10 000 mértékű térképen két hely távolsága 85 mm. Állapítsák meg, mekkora lesz a két hely távolsága az 1 : 25 000 mértékű térképen! Az eredményt milliméterekben írják be!

**4** Határozzák meg azt a kilenccel osztható kétjegyű természetes számot, amely négyszer nagyobb a számjegyei összegénél!

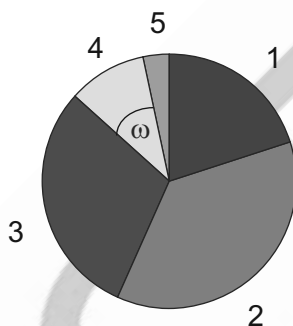
**5** Számítsák ki a  $(x + 2011)^{20} = 0$  egyenlet gyökét!

**6** Az  $ABC$  háromszögben az oldalhosszak aránya  $a : b = 1 : 2$ , a szög  $\alpha = 30^\circ$ . Határozzák meg fokokban az  $ABC$  háromszög legnagyobb belső szögének nagyságát!

**7** Határozzák meg a  $c$  valós számot úgy, hogy a 4-es szám a  $3x^2 - 2x + c = 0$  egyenlet gyöke legyen!

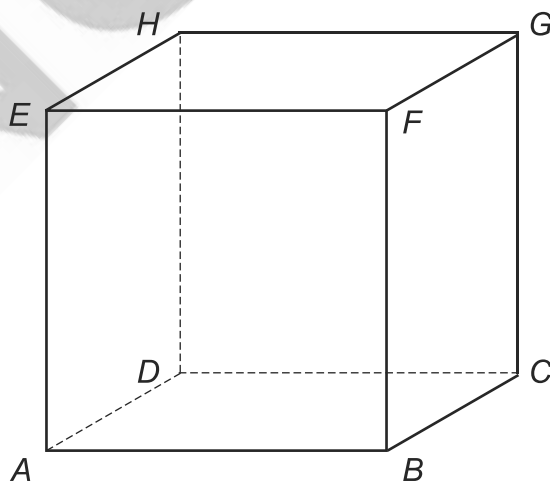
**8** A tanulók év végi matematikajegyeit az alábbi táblázat és diagram szemlélteti.

Érdemjegy	1	2	3	4	5
Tanulók száma	6	11	9	3	1



Határozzák meg a fenti diagramban a 4-es érdemjegyhez tartozó  $\omega$  szög nagyságát fokokban!

**9** Az  $ABCDEFGH$  kocka metszete az  $ACH$  síkkal egyenlő oldalú háromszög, amelynek a kerülete 18 cm. Számítsák ki a kocka élének hosszát! Az eredményt centiméterekben, két tizedes helynyi pontossággal tüntessék fel!



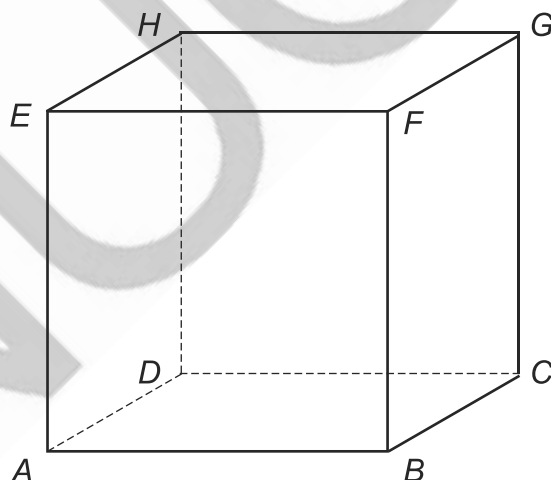
- 10** Határozzák meg a  $\cos x = \cos 12^\circ$  egyenlet gyökeit a  $\langle -90^\circ; 360^\circ \rangle$  intervallumból.  
A válaszadó lapra a fenti egyenlet adott intervallumba tartozó gyökeinek összegét írják be!

- 11** A színházban a földszinten 20 sor ülőhely van. Az első sorban 16 ülőhely van, minden további sorban két ülőhellyel több van, mint az előzőben. Határozzák meg a színház földszintjén levő összes ülőhely számát!

- 12** Két játékkockával (pirossal és fehérrel) dobunk. Állapítsák meg annak a valószínűségét, hogy a két kockán esett pontok összege öt lesz! Az eredményt a  $\langle 0; 1 \rangle$  intervallumba tartozó tizedes számmal írják be két tizedes helynyi pontossággal!

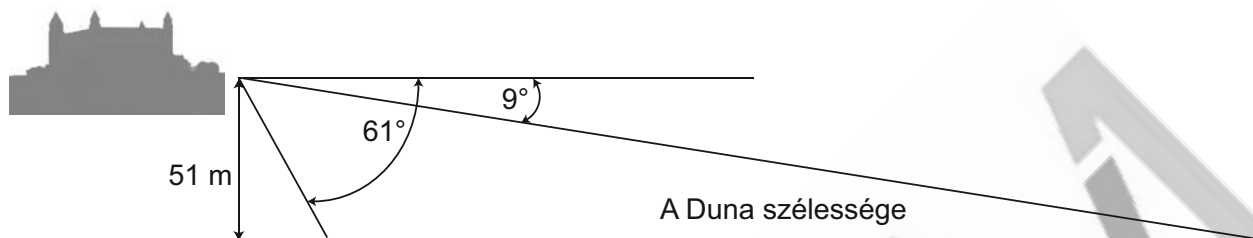
- 13** Három gyurmagolyó sugarai  $r_1 = 3$  cm,  $r_2 = 4$  cm és  $r_3 = 5$  cm. Ebből a három golyóból egy nagygolyót modelleztek ki. Számítsák ki centiméterekben a kapott golyó sugarát!

- 14** Adott az  $ABCDEFGH$  kocka. Számítsák ki a  $BG$  lapátló és a  $HB$  testátló hajlásszögét! Az eredményt fokokban, két tizedes helynyi pontossággal tüntessék fel!



- 15** Adottak a  $2x + 3y - 18 = 0$  és a  $3x - y - 5 = 0$  egyenletekkel meghatározott egyenesek. Határozzák meg az adott egyenesek metszéspontjának távolságát a koordináta-rendszer  $[0; 0]$  kezdőpontjától!

- 16** A földmérési szakközépiskola tanulója a pozsonyi várból mérte a Duna szélességét. Ha a folyóra merőleges síkban végzi a beméréseket, a Duna partjait  $61^\circ$  és  $9^\circ$  mélységi szögekben látja (lásd az ábrát). A tanuló megfigyelőhelyének magassága a Duna szintjéhez képest 51 méter. Határozzák meg a Duna szélességét a mért adatok alapján! Az eredményt egész méterekre kerekítsék!

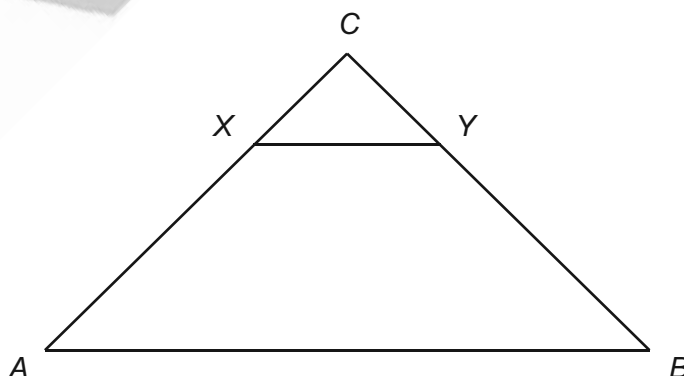


- 17** A mértani sorozat második tagja  $a_2 = 6$  és ötödik tagja  $a_5 = 162$ . Határozzák meg ezen sorozat első öt tagjának összegét!

- 18** A kockát három különböző síkkal kisebb kockákra vágjuk. Az összes metszősík áthalad a kocka középpontján és párhuzamos a kocka valamelyik párhuzamos oldallap párjával. Határozzák meg az összes kapott kis kocka felszínei összegének és az eredeti kocka felszínének az arányát!

- 19** A konvex sokszögnek 35 átlója van. Határozzák meg a sokszög oldalainak számát!

- 20** Az  $ABC$  egyenlő szárú háromszögben az  $XY$  szakasz párhuzamos a háromszög alapjával. Az  $XY$  szakasz az  $ABC$  háromszöget egy kisebb háromszögre és egy trapézra osztja fel (lásd az ábrát). A kisebb háromszög területének és a trapéz területének aránya  $1:8$ . Határozzák meg az  $XY$  szakasz hosszát, ha  $|AB| = 9$  és  $|AC| = |BC| = 6$ .



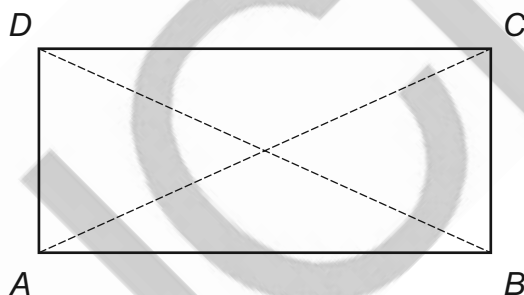
## II. rész

A 21-től 30-ig számozott feladatok mindegyikében a felkínált (A) – (E) válaszok közül éppen egy a helyes. A válaszukat ikszeljék be a válaszadó lap megfelelő mezőjében! A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

**21** Összesen hány öttel osztható háromjegyű természetes szám van, amelyeknek a számjegyösszege négyvel egyenlő?

- (A) 5
- (B) 4
- (C) 3
- (D) 2
- (E) 1

**22** Az  $ABCD$  téglalapban az oldalhosszak aránya  $\sqrt{3}:1$ . Határozzák meg az  $ABCD$  téglalap átlói által bezárt kisebb szög nagyságát!



- (A)  $60^\circ$
- (B)  $120^\circ$
- (C)  $130^\circ$
- (D)  $70^\circ$
- (E)  $30^\circ$

**23** Adottak az  $A = \{x \in \mathbb{Z}; x^2 > 17\}$  és  $B = \{-16; -5; -3; 0; 8; 18\}$  halmazok. Hány eleme van a  $B - A$  halmaznak?

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3
- (E) 4

**24** Az osztályban 11 fiú és 14 lány van. Az osztály tanulói közül véletlenszerűen kiválasztanak két tanulót tesztelésre. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott tanulók ugyanolyan neműek lesznek?

(A)  $\frac{73}{150}$

(B)  $\frac{77}{150}$

(C)  $\frac{91}{300}$

(D)  $\frac{11}{60}$

(E)  $\frac{41}{60}$

**25** Állapítsák meg az  $f: y = \sqrt{\frac{1-x}{x-2}} + 2$  függvény értelmezési tartományát!

(A)  $\langle 2; 3 \rangle$

(B)  $(-\infty; 2) \cup (3; \infty)$

(C)  $(-\infty; 2) \cup (2; \infty)$

(D)  $\langle 3; \infty \rangle$

(E)  $(-\infty; 2) \cup \langle 3; \infty \rangle$

**26** Határozzák meg, hogy az alábbi állítások közül hány igaz!

- Ha  $x \in B$  és  $x \notin A$ , akkor  $x \in B - A$ .
- Ha  $x \in B$  és  $x \notin A$ , akkor  $x \in A \cup B$ .
- Ha  $x \in A \cup B$ , akkor  $x \in A$  és egyúttal  $x \in B$ .
- Ha  $x \notin A \cap B$ , akkor  $x \notin A$  és egyúttal  $x \notin B$ .
- Ha  $x \in A \cap B$ , akkor  $x \in A$  vagy  $x \in B$ .

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

- 27** Két szabályos tetraéder felszíne  $84 \text{ cm}^2$  és  $189 \text{ cm}^2$ . Milyen arányban vannak a térfogataik?
- (A) 2:3  
 (B) 4:9  
 (C) 4:27  
 (D) 8:27  
 (E) 3:8

- 28** Az  $f: y = \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$  függvény grafikonja
- (A) parabola.  
 (B) parabola egy pont nélkül.  
 (C) hiperbola (lineáris törtfüggvény grafikonja).  
 (D) egyenes.  
 (E) egyenes egy pont nélkül.

- 29** Határozzák meg az  $|x - y|$  kifejezés legnagyobb értékét, ha az  $x, y$  valós számokra érvényes  $|x - 4| \leq 2$  és  $|10 - y| \leq 3$ .
- (A) 5  
 (B) 7  
 (C) 11  
 (D) 13  
 (E) 19

- 30** Adott az egyenes, amely áthalad az  $A[-3; 22]$  és  $B[33; -2]$  pontokon. Határozzák meg ezen egyenes összes olyan pontjának számát, amelyeknek mindkét koordinátája pozitív egész szám!
- (A) 3  
 (B) 5  
 (C) 7  
 (D) 9  
 (E) 11

**VÉGE A TESZTNEK**

**Vyhlásenie o autorstve**

*Toto dielo a jeho obsah (vrátane grafickej úpravy a usporiadania) je chránené autorským právom podľa zákona č. 618/2003 Z. z. o autorskom práve a právach súvisiacich s autorským právom (autorský zákon) v znení neskorších predpisov.*

*Nositeľom majetkových práv k autorskému dielu je Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania (NÚCEM), ktorý je oprávnený vykonávať tie majetkové práva k dielu, ktoré sú vyhradené.*

*Na každé použitie tohto diela, najmä na vyhotovenie jeho rozmnoženiny, verejné prezentovanie a rozširovanie originálu diela alebo jeho rozmnoženiny predajom alebo inou formou prevodu vlastníckeho práva a spracovanie diela je potrebný predchádzajúci písomný súhlas NÚCEM.*

*Akékoľvek použitie diela bez súhlasu NÚCEM môže mať za následok postihnutie občianskoprávnou alebo trestnoprávnou cestou, vznik zodpovednosti za škodu spôsobenú nositeľovi majetkových práv alebo autorovi v zmysle ustanovení Občianskeho zákonníka a Trestného zákona, prípadne uplatnenie iných práv NÚCEM vyplývajúcich mu z autorského zákona a iných právnych predpisov.*

NÚCEM

**KÉPLETEK ÁTTEKINTÉSE**

**Hatványok:**

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

**Goniometrikus függvények:**

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

**Trigonometria:**

Szinusztétel:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$       Koszinusztétel:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

**Logaritmus:**

$$\log_z (x \cdot y) = \log_z x + \log_z y \quad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x \quad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

**Számtani sorozat:**  $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

**Mértani sorozat:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

**Kombinatorika:**  $P(n) = n!$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!} \quad C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$P(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad V'(k, n) = n^k \quad C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

**Analitikus geometria:**

Az egyenes paraméteres kifejezése:  $X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$

Az egyenes általános egyenlete:  $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Vektorok hajlásszöge:  $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Az  $M [m_1; m_2]$  pont távolsága a  $p: ax + by + c = 0$  egyenestől:  $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

A körvonal egyenletének középponti alakja:  $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

**A testek térfogata és felszíne:**

	téglatest	henger	gúla	kúp	gömb
térfogat	$abc$	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
felszín	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

## Útmutató a válaszadó lap kitöltéséhez

A válaszadó lapokat számítógéppel dolgozzuk fel. Nem engedélyezett a sokszorosításuk. Ahhoz, hogy a válaszaik olvashatóak legyenek, vegyék figyelembe a következő utasításokat:

- Írjanak fekete vagy kék tollal! Ne használjanak hagyományos töltőtollat, túl vékonyan író tollat vagy ceruzát!
- A szövegmezőkbe (az iskola kódja, a teszt kódja, a tanuló születési száma,...) nagy nyomtatott betűket vagy számokat írnak a lejjebb megadott minta alapján! Pontosan a kijelölt mezőkbe írnak!

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- A feleletválasztó feladatok megfejtéseit ikszeljék be .

- **A válasz helyes megjelölése**

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- **A válasz helytelen megjelölése**

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Az adatok vagy feleletek helytelen kitöltése esetében a következő utasítások szerint járjanak el: Semmi esetben se kérjenek új válaszadó lapot!
- Ha tévesztenek, vagy később véleményüket megváltoztatják, a helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be, és ikszeljék be a másik mezőt!

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Ha esetleg újra meggondolják magukat, és az eredetileg beikszelt majd befestett választ szeretnék megjelölni, ikszeljék be az összes mezőt, és a befestett mezőt karikázzák be!

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

- A feleletalkotó feladatok megoldásainak egyes számjegyeit írják be a megjelölt mezőbe a feljebb megadott minta alapján! Vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomatott helyét! Egy mezőbe legfeljebb egy számjegyet illetve „-“ jelet írnak.

- A -3,1 eredmény **helyes** beírása

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	,	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	---	---	---	---	--------------------------	--------------------------	--------------------------

- A -3,1 eredmény **helytelen** beírása

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	,	3	,	1
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---	---	---	---	---

- A -3,1 eredmény beírásának kijavítása

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	<input checked="" type="checkbox"/>	,	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
--------------------------	--------------------------	---	---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	---

vagy

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	<input checked="" type="checkbox"/>	,	1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	---	---	-------------------------------------	---	---	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

**Csak akkor nyissák ki a tesztet, amikor utasítást kapnak!**