

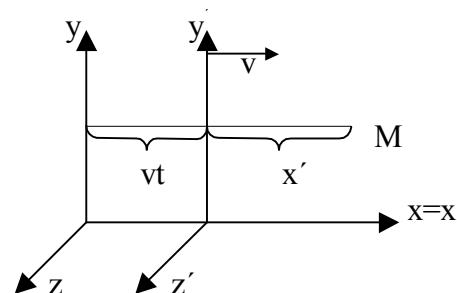
24 Špeciálna teória relativity

24.1 priestor a čas v klasickej mechanike

- v klasickej mechanike predpokladáme, že čas je absolútny, to znamená, že plynie rovnako rýchlo vo všetkých vzťahných sústavách (absolútnosť súčasnosti – keď sú dve udalosti, ktoré sa stali na rôznych miestach, súčasné v jednej sústave, budú súčasné aj vo všetkých ostatných vzťahných sústavách)
- absolútne sú aj vzdialenosti
- v klasickej mechanike platí Galileiho transformácia (transformácie sú vzťahy, pomocou ktorých môžeme prejsť z jednej súradnicovej sústavy do druhej)

24.1.1 Galileiho transformácia

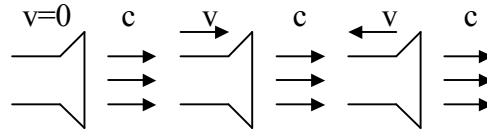
- máme dve súradnicové sústavy (nečiarkovanú a čiarkovanú, ktorá sa pohybuje rýchlosťou v)
- pre súradnice bodu M platí:
 - $x = x' + vt', y = y', z = z', t = t'$
 - $x' = x - vt, y = y, z = z, t = t$
- **skladanie rýchlostí:**
- pre rovnomerný pohyb platí:
 - pre rýchlosti u a u' , ktoré pozorujú pozorovatelia, platí:
 - $u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1}$
 - $u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$
 - pozorovateľ v nečiarkovanej sústave pozoruje rýchlosť telesa u :
 - $u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x'_2 + vt'_2 - (x'_1 + vt'_1)}{t'_2 - t'_1} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} + v \frac{\Delta t'}{\Delta t} = u' + v$
- pre zrýchlený pohyb platí:
 - pre zrýchlenie a a a' , ktoré pozorujú pozorovatelia platí:
 - $a' = \frac{\Delta u'}{\Delta t'} = \frac{u'_2 - u'_1}{t'_2 - t'_1}$
 - $a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1}$
 - pozorovateľ v nečiarkovanej sústave pozoruje zrýchlenie telesa:
 - $a = \frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1} = \frac{u'_2 + v - (u'_1 + v)}{t_2 - t_1} = \frac{u'_2 - u'_1}{t'_2 - t'_1} = a'$



24.2 špeciálna teória relativity

- sformuloval ju Albert Einstein začiatkom 20. storočia
- platí iba v inerciálnych sústavách
- ŠTR je založená na dvoch postulátoch
- **1. postulát:**
 - neexistuje pokus (mechanický, optický, elektromagnetický alebo akýkoľvek iný), ktorým by sa dal stanoviť absolútny pohyb ktorejkoľvek inerciálnej vzťahnej sústavy. (Neexistuje éter – súradnicová sústava v absolútnom pokoji) Všetky inerciálne sústavy sú pri opisoch fyzikálnych dejov rovnocenné.

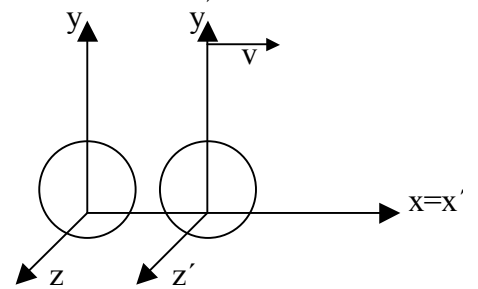
- **2. postulát:**



- o vo všetkých inerciálnych sústavách má rýchlosť svetla c vo vákuu rovnakú veľkosť, a to vo všetkých smeroch nezávisle od pohybu pozorovateľa a zdroja svetla
- pri veľkých rýchlostiach (asi $0,3 c$) neplatí Galileiho transformácia, ale platí Lorentzova transformácia

24.2.1 Lorentzova transformácia

- v oboch sústavách je svetelný zdroj, a tak sa šíri guľová vlnoplocha
 - o $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$
 - o $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$
- po dosadení Galileiho transformácie sa rovnice nezhodujú, takže Galileiho transformácia sa musí korigovať určitým členom α



- o $x = \alpha(x' + vt')$, $x' = \alpha(x - vt)$
- zároveň platí:
 - o $x = ct$, $x' = ct'$
- pre člen α platí:
 - o $c \cdot t = \alpha t'(c + v)$ a $ct' = \alpha t(c - v) \Rightarrow c^2 t t' = \alpha^2 t t' (c^2 - v^2)$
 - o $\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ alebo sa zapisuje $\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, kde $\beta = \frac{v}{c}$

- pre súradnice bodu v sústavách podľa Lorentzovej transformácie platí:

$$\begin{aligned} \text{○ } x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z' \\ \text{○ } x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z \end{aligned}$$

- pre čas t platí:

$$\text{○ } t = \frac{x}{c} = \frac{\frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}{c} = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

24.2.2 relativnosť súčasnosti

- dva deje v sústave sú súčasné, ak zo svetelného zdroja, ktorý je umiestnený v strede medzi nimi, príde svetelný signál súčasne (v rovnaký čas)
- máme dva deje, pre ktoré platí:

$$\text{○ } x'_1 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y'_1 = y_1, \quad z'_1 = z_1, \quad t'_1 = \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\circ x_2' = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, y_2' = y_2, z_2' = z_2, t_2' = \frac{t_2 - \frac{vx_2}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- pozorovateľ v čiarkovanej sústave pozoruje interval medzi dejmi:

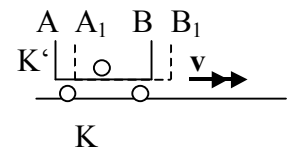
$$\circ \Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- interval závisí od časového intervalu Δt a miesta udalosti Δx v nečiarkovanej sústave
- aby udalosti boli súčasné v nečiarkovanej sústave, musí platiť:

$$\circ t_2 = t_1 \Rightarrow \Delta t' = -\frac{\frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- pre pozorovateľa v nečiarkovanej sústave sú udalosti súčasné, no pre pozorovateľa v čiarkovanej sústave udalosti nie sú súčasné (boli by súčasné, ak by boli súmiestne)
- súčasnosť je relatívna, ak sú udalosti súčasné v jednej sústave, nemusia byť súčasné v iných súradnicových sústavách
- napríklad:

- o v strede vagóna, ktorý sa pohybuje, je zdroj svetla, na stenách koncoch vagóna sú zrkadlá
- o pre pozorovateľa vo vagóne (v čiarkovanej sústave) sú udalosti súčasné, no pre pozorovateľa mimo vagóna (v nečiarkovanej sústave) udalosti nie sú súčasné (najprv nastane udalosť A_1 potom B_1)



24.2.3 dilatácia času

- predpokladáme, že udalosť je súmiestna ($\acute{x} = \acute{x}_1 = \acute{x}_2$)
- podľa Lorentzových transformácií platí:

$$\circ \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - \frac{v}{c^2}x_2'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1' - \frac{v}{c^2}x_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{(t_2' - t_1') - \frac{v}{c^2}(\overbrace{x_2' - x_1'}^{=0})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- o $\Delta t'$ je vlastný čas deja, tento čas je najkratší (pozorovateľ v inej sústave pozoruje dlhší čas deja)

24.2.4 kontrakcia dĺžok

- predpokladáme, že dĺžku telesa meriame v rovnakom čase ($\acute{t} = \acute{t}_1 = \acute{t}_2$)
- pre dĺžku telesa platí:

$$\circ l_0 = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1 - v(\overbrace{t_2 - t_1}^{=0})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

- o l_0 je vlastná dĺžka telesa, táto dĺžka je najväčšia zo všetkých dĺžok (pozorovateľ v inej sústave pozoruje vždy menšiu dĺžku telesa)

24.2.5 skladanie rýchlostí

- podľa Lorentzových transformácií platí:

$$\circ u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{x'_2 + vt'_2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x'_1 + vt'_1}{\sqrt{1-\beta^2}}}{\frac{t'_2 + \frac{v}{c^2}x'_2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{t'_1 + \frac{v}{c^2}x'_1}{\sqrt{1-\beta^2}}} = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\Delta t'}} = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'}$$

- pre skladanie rýchlostí platí:

$$\circ u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'}, \quad u' = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2}u}$$

24.2.6 relativistická dynamika

- pre rýchlosti väčšie ako 0,3 c neplatia zákony klasickej fyziky

- **relativistická hmotnosť:**

- o hmotnosť telesa závisí od veľkosti rýchlosti, ktorou sa pohybuje podľa vzťahu:

$$\blacksquare m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \text{kde } m_0 \text{ je pokojová hmotnosť telesa}$$

(hmotnosť telesa vzhľadom na vzťažnú sústavu, v ktorej je teleso v pokoji – je to najmenšia hmotnosť)

- o pozorovateľ spojený so sústavou, ktorá je v pohybe, nezistí zmenu hmotnosti telesa

- **relativistická hybnosť:**

- o pre hybnosť pri veľkých rýchlostiach platí:

$$\blacksquare \vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- **súvislosť energie a hmotnosti:**

- o pre hmotnosť platí:

$$\blacksquare m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx m_0 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) = m_0 + \frac{m_0 v^2}{2c^2} = m_0 + \frac{\Delta E_K}{c^2} / c^2 \Rightarrow$$

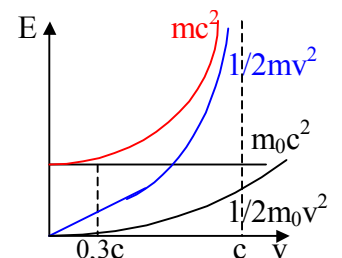
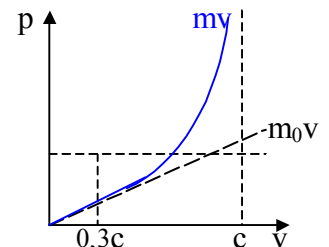
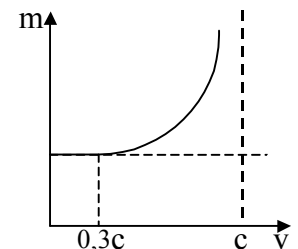
$$\blacksquare E = E_0 + \Delta E_K$$

- $E = mc^2$ je celková energia telesa
- $E_0 = m_0 c^2$ je pokojová energia telesa
- ΔE_K je kinetická energia telesa

- o pre kinetickú energiu telesa platí:

$$\blacksquare \Delta E_K = E - E_0 = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

- pre $v \ll c$ platí:



$$\bullet \quad \Delta E_K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1 \right) = m_0 c^2 \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2} m_0 v^2$$