MO 5:

LINEÁRNE ROVNICE, NEROVNICE A SÚSTAVY

Rovnica – zapísaná rovnosť dvoch výrazov s aspoň jednou neznámou

- riešiť rovnicu znamená nájsť jej korene.

Lineárna rovnica s 1 neznámou x nazývame rovnicu tvaru $ax = b;\ a,b \in R$

- $x = \frac{b}{a}$ → koreň rovnice

$a = 0 \wedge b = 0$ $0x = 0$ $x \in R$ rovnica má nekonečne veľa riešení	$a = 0 \wedge b \neq 0$ $P = \emptyset$ nemá riešenie	$a \neq 0 \wedge b \in R$ $x = \frac{b}{a}$ $P = \left\{\frac{b}{a}\right\}$

Lineárna rovnica s 2 neznámymi x,y nazývame rovnicu tvaru $ax + by = c;\ a,b,c \in R;\ a,b \neq 0$

- táto rovnica má nekonečne veľa riešení v obore reálnych čísel
- pri znázornení v karteziánskej súradnicovej sústave vyplnia priamku (preto lineárna)
- keď rovnicu uvedeného typu riešime v obore celých čísel, hovoríme o <u>diofantovskej rovnici</u> → NSD (a,b) / c

Lineárna nerovnica s 2 neznámymi x,y nazývame nerovnicu tvaru
$ax + by > c$
$ax + by < c$
$ax + by \leq c$
$ax + by \leq c$

- takáto nerovnica má v obore reálnych čísel nekonečne veľa riešení
- pri znázornení v karteziánskej súradnicovej sústave vyplnia polrovinu s hranicnou priamkou $ax + by = c$
- riešením je interval

Lineárna rovnica s n neznámymi $x_1, x_2, ..., x_n$ nazývame rovnicu tvaru

$$a_1x_1+a_2x_2+...a_nx_n = b;\ a_i,b \in R$$

V praxi sa však najčastejšie vyskytujú sústavy takýchto rovníc. **Sústava** n lineárnych rovníc s n neznámymi má vo všeobecnosti tvar:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &... \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned}$$

Vyriešiť sústavu znamená nájsť všetky jej korene. Pričom **koreň** rovnice je číslo, ktoré keď dosadím do pôvodnej rovnice za neznámu, dostaneme pravdivý výrok.

MO 5: LINEÁRNE ROVNICE, NEROVNICE A SÚSTAVY

Pri riešení rovníc používame:

- **ekvivalentné úpravy**:
  - pripočítanie a odčítanie výrazu od oboch strán rovnice
  - vynásobenie a vydelenie oboch strán rovnice nenulovým výrazom
  - výmena strán rovnice
  - umocnenie a odmocnenie oboch strán rovnice, pokiaľ obe strany sú kladné čísla
- **neekvivalentné úpravy**:
  - musím robiť podmienky alebo skúšku

Metódy riešenia sústav rovníc:

Sčítacia metóda

napr.

x – y = 7

x + 2y = 1

-x + y = -7

x + 2y = 1

-x + x + y + 2y = -7 + 1

3y = - 6

y = -2 → dosadíme do niektorej pôvodnej rovnice $\Rightarrow$ x = 5

P = {[5, -2]}

napr.

3x + 4y = 2

-3x - 4y = -2

0 = 0 → nekonečne veľa riešení $\Rightarrow$ vyjadríme si x: $x = \frac{2 - 4y}{3} \Rightarrow P = \left\{\left[\frac{2 - 4y}{3}; y\right]; y \in R\right\}$

Dosadzovacia metóda

Z jednej rovnice vyjadríme 1 neznámu a dosadíme do druhej.

Porovnávacia metóda

Z rovníc vyjadríme rovnakú neznámu a dáme do rovnosti.

Gaussova – eliminačná (matice)

napr.

x – y = 7

x + 2y = 1

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 7 \\ 1 & 2 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 7 \\ 0 & 3 & -6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{array}\right)$$

x = 5; y = -2

Musíme získať jednotky na ordinále a zvyšok 0.

MO 5: LINEÁRNE ROVNICE, NEROVNICE A SÚSTAVY

Determinanty

napr.
x – y = 7
x + 2y = 1

$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ = 1.2 – (1.(-1)) = 3

1,2 ↘ hlavná uhlopriečka

-1,1 ↙ vedľajšia uhlopriečka

Súčin na hlavnej mínus súčin na vedľajšej.

$D_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ = 7.2 – ((-1).1) = 15
Za x-ové hodnoty sme dosadili pravú stranu.

$x = \frac{D_x}{D}$

$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ = 1.1 – 7.1 = -6
Za y-ové hodnoty sme dosadili pravú stranu.

$y = \frac{D_y}{D}$

D = 0

- ∞ nekonečne veľa riešení   Dx = Dy = 0
- Ø   Dx $\neq 0$; Dy $\neq 0$

Grafická metóda

napr.
$\left.\begin{array}{ll} x - y = 7 & \rightarrow \text{urobíme priamku} \\ x + 2y = 1 & \rightarrow \text{urobíme priamku} \end{array}\right\}$ kde sa pretnú, je riešenie

y = kx + q

y = x – 7
$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

Absolútna hodnota

$|x + 3| = 5$ $|x - (-3)| = 5$ → vzdialenosť od bodu “-3” 5 jednotiek

MO 5: LINEÁRNE ROVNICE, NEROVNICE A SÚSTAVY

Riešenie rovníc a nerovníc v súčinovom a podielovom tvare

$A(x).B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \vee B(x) = 0$
$A(x)/B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \wedge B(x) \neq 0$

$A(x).B(x) \geq 0 \Leftrightarrow (A(x) \geq 0 \wedge B(x) \geq 0) \vee (A(x) \leq 0 \wedge B(x) \leq 0)$

$A(x).B(x) \leq 0 \Leftrightarrow (A(x) \leq 0 \wedge B(x) \geq 0) \vee (A(x) \geq 0 \wedge B(x) \leq 0)$

$A(x)/B(x) \leq 0 \Leftrightarrow (A(x) \geq 0 \wedge B(x) < 0) \vee (A(x) \leq 0 \wedge B(x) > 0)$

$A(x)/B(x) \geq 0 \Leftrightarrow (A(x) \geq 0 \wedge B(x) > 0) \vee (A(x) \leq 0 \wedge B(x) < 0)$

alebo metóda nulových bodov

Rovnice a nerovnice s parametrom