

MO 33: PRAVDEPODOBNOŠŤ

MO 33:

PRAVDEPODOBNOŠŤ**Pravdepodobnosť:**

- pravdepodobnosť náhodných udalostí definujeme ako pomer počtu všetkých priaznivých výsledkov a všetkých možných výsledkov
- každý pokus je vymedzený určitými podmienkami

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Ω – množina všetkých možných výsledkov obsahuje javy:

- ktoré sú navzájom nezlúčiteľné (ak nastane jav 1, nenastane jav 2)
- jeden z javov nastáva vždy

$P(A) = 0$ → nemožná udalosť → napr. pri hode kockou nemôže padnúť 7

$P(B) = 1$ → istá udalosť

- ak má náhodný pokus m možností výsledkov a ak sú tieto výsledky rovnako možné, tak každý z nich má pravdepodobnosť $\frac{1}{m}$

Operácie s udalosťami:

- $P(A^c) = 1 - P(A)$
 - opačná udalosť $P(A^c)$ nastáva práve vtedy, keď nenastáva udalosť A
- ak $A \cap B = \emptyset$, tak sa javy A a B navzájom vylučujú
- $A \cap B$ → prienik nastáva práve vtedy, keď nastanú oba javy A a B
 - $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ → ak sú javy nezávislé
(závislé javy sú napr. počasie a hladina rieky)
- $A \cup B$ → zjednotenie nastáva práve vtedy, keď nastane aspoň jeden z javov A a B
 - A, B – nezlúčiteľné (disjunktné): $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
 - napr. hod kockou:
 $A = \text{číslo } 1 \rightarrow P(A) = \frac{1}{6}$
 $B = \text{prvočíslo} \rightarrow P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 - A, B – zlúčiteľné: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 - napr. hod kockou:
 $A = \text{prvočíslo}$
 $B = \text{párne číslo}$
 $P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

MO 33: PRAVDEPODOBNOŠŤ**Podmienená pravdepodobnosť:**

- pravdepodobnosť udalosti A za podmienky, že nastane udalosť B sa nazýva podmienená pravdepodobnosť

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- pre nemožnú udalosť B podmienenú pravdepodobnosť nedefinujeme

Bernoulliho schéma

- binomické rozdelenie
- nech sa náhodný pokus skladá z n nezávislých čiastkových pokusov, pričom každý má 2 možné výsledky:
 - úspech s pravdepodobnosťou: p
 - neúspech s pravdepodobnosťou: $1 - p$,
 potom pravdepodobnosť, že práve k čiastkových pokusov sa končí úspechom je:

$$P_k = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

napr. hod 15x kockou

→ aká je P, že číslica 5 padne práve 8x ?

$$p = \frac{1}{6}$$

$$p' = 1 - p = \frac{5}{6}$$

$$\binom{15}{8} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^8 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7$$

Bayesov vzorec:

- vzorec pre úhrnú pravdepodobnosť
- B_1, B_2, \dots, B_n – rozklad javu

$$P(B_k/A) = \frac{P(A/B_k) \cdot P(B_k)}{\sum_{i=1}^n P(A/B_i) \cdot P(B_i)}$$

Geometrická pravdepodobnosť:

- nech napríklad v rovine je daná určitá oblasť G obsahujúca nejakú oblasť g
- v oblasti G náhodne vyberieme bod, aká je pravdepodobnosť, že bude ležať v oblasti g

$$P = \frac{m(g)}{m(G)}$$

$m(x)$ je veľkosť oblasti x