MO 3:

VÝRAZY

Číselné množiny

- **Prirodzené čísla**
    - N = {1,2,3,4,5,6,....}
    - na tejto množine sú definované operácie sčítania a násobenia (umocnenie)
    - obor prirodzených čísel = množina + operácie: (N,+, .)
    - veta o uzavretosti:
      $(a+b) \in N \wedge (a.b) \in N$

- **Celé čísla**
    - Z = {...,-3,-2,-1,0,1,2,3,....}
    - na tejto množine je definovaná operácia odčítania, sčítania, násobenia
    - obor celých čísel: (Z, +, - , .)

- **Racionálne čísla**
    - Q
    - množina všetkých čísel, ktoré sa dajú zapísať v tvare zlomku $\frac{p}{q}$;
      $p \in Z$, $q \in N$
    - na tejto množine je definovaná operácia delenia, sčítania, násobenia, odčítania
    - zlomky, zmiešané čísla, periodické čísla

- **Iracionálne čísla**
    - I = {...sin 25°; log 5,3; ... ;√2;√3;...; e; π;...}
    - všetky čísla, ktoré sa nedajú zapísať do tvaru zlomku

- **Reálne čísla**
    - R
    - $Q \cup I$
    - obor: (R, +, -, . , / , $\sqrt{\ }$)

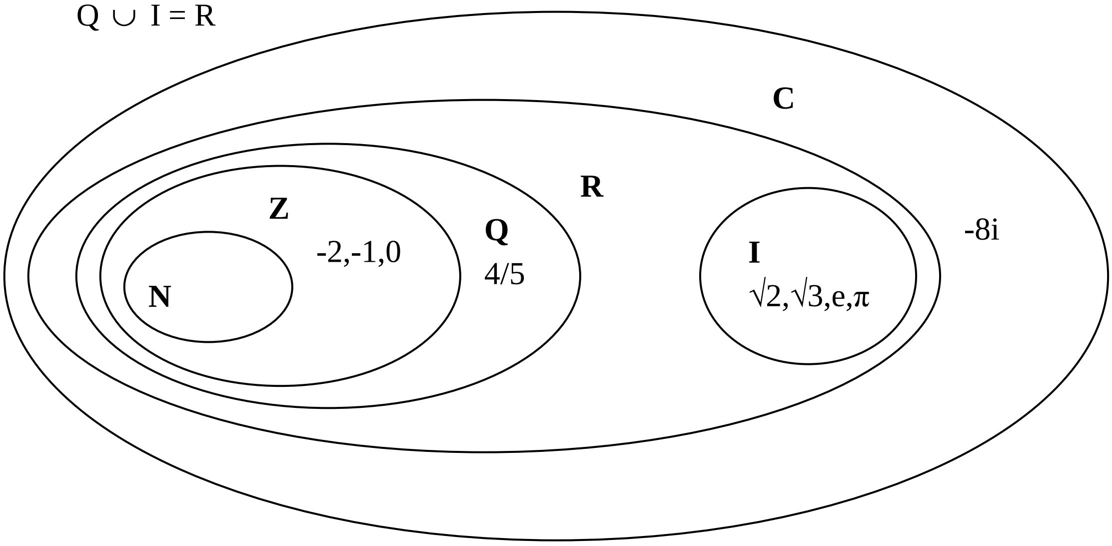
- **Komplexné čísla**
    - C
    - zápis: [a,b]; C = R + R
    - na tejto množine je definovaná operácia odmocnenia
    - množina čísel tvaru: a + bi; pričom $\underline{i^2 = -1;}$
      a – reálna zložka, bi – imaginárna zložka

MO 3: VÝRAZY

$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$

$I \subset R \subset C$

$Q \cup I = R$



Algebraický výraz

- zápis obsahujúci čísla, premenné, znaky operácií a zátvorky
    1. množinový výraz: $(A \cap B) \cap C$
    2. číselný výraz: $\sqrt{3}$
    3. s premennou: 8x-3
    4. lomený výraz: $\frac{5}{x}$
- **Úprava výrazu –** nahradenie výrazu iným výrazom, ktorý sa mu na danej množine rovná a má žiadaný tvar. Môže mať tvar súčinu, neobsahuje odmocninu v menovateli.

- **Zjednodušenie výrazu** – úprava na základný tvar (čo najmenší počet premenných, zátvoriek, a operácií)

- **Definičný obor výrazu –** množina hodnôt premenných, pre ktoré má daný výraz zmysel.

- $V(x,y) = x^2 + y^2 + 2xy$
  → ak poznáme hodnotu premenných, dosadíme do výrazu → výsledok je nejaké číslo

Mnohočlen = polynóm n-tého stupňa

- výraz tvaru: $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x^1 + a_0$; kde $a_n, a_{n-1}, ... , a_1, a_0 \in R$; $n \in N$
- $a_n \neq 0$ → aby to bol výraz n – tého stupňa
- n = stupeň polynómu
- a_n = koeficient

napr.

$2x^5 - 4x^3 + 1 = 0$

$a_5 = 2$	$a_2 = 0$
$a_4 = 0$	$a_1 = 0$
$a_3 = -4$	$a_0 = 1$

→ 5. stupňa

napr.

$3x^2y^6 + 7x^5y^6$

→ exponenty sčítame:

$2 + 6 = 8 \quad 5 + 6 = 11$

$8 < 11$

→ 11. stupňa

<u>Pri počítaní s mnohočlenmi využívame tieto vzorce:</u>

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a – b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a – b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$a^2 – b^2 = (a + b)(a - b)$
$a^3 – b^3 = (a – b)(a^2 + ab + b^2)$
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$a^4 – b^4 = (a – b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$

Výraz môže obsahovať aj faktoriál, kombinačné číslo, absolútnu hodnotu, mocniny, odmocniny ...

<u>**Faktoriál**</u> čísla n, $n \in N_0$

- $n! = n.(n-1).(n-2). ... .1$
- rekuretný zápis: $n! = n.(n-1)!$
- $0! = 1$
- je to súčin všetkých prirodzených čísel menších alebo rovných n

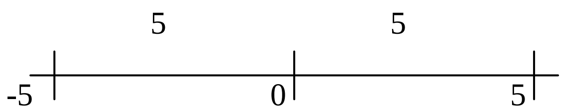
<u>**Kombinačné číslo**</u>

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}; \ n,k \in N; \ n \geq k$$

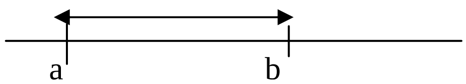
<u>**Absolútna hodnota**</u> čísla x

- geometrická interpretácia – absolúzna hodnota čísla x je vzdialenosť čísla x na osi od nuly; je to vždy kladné číslo

napr. $|-5| = 5$



|a-b| = |b-a|



- $x \geq 0$ ..... $|x| = x$

  $x<0$ ...... $|x| = - x$

Binomická veta

Pre každé $a,b \in R$ a pre každé $n \in N$ platí:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n b^0 + \binom{n}{1}a^{n-1}b + ... + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + ... + \binom{n}{n}a^0 b^n = \sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}a^{n-i}b^i$$

→ obsahuje kombinačné čísla z n- tého Pascalovho riadka
→ súčet exponentov musí byť vždy n

n=0				1			
n=1			1		1		
n=2		1		2		1	
n=3	1		3		3		1

$$\binom{0}{0}$$

$$\binom{1}{0} \quad \binom{1}{1}$$

$$\binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2}$$

$$\binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$$

napr.

$x^3 - 4x^2 + x + 6 = (x+1)(x^2 - 5x + 6) = (x+1)(x-3)(x-2)$

→ delitele 6: $\pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3;\ \pm 6$

$V(-1) = 0$

$(x^3 - 4x^2 + x + 6):(x+1) = x^2 - 5x + 6$

$\underline{x^3 + x^2}$

$- 5x^2 + x + 6$

$\underline{- 5x^2 - 5x}$

$6x + 6$

$\underline{6x + 6}$

0